

Devoir 4

Louis-Olivier Brassard
PHI1005 – Logique 1

Automne 2019

Question 1.

Après avoir construit la table de vérité, déterminez si la formule suivante est une tautologie :

$$(p \wedge (p \vee q)) \supset p$$

Table de vérité :

p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$	$(p \wedge (p \vee q)) \supset p$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	F	F
F	F	F	F	V

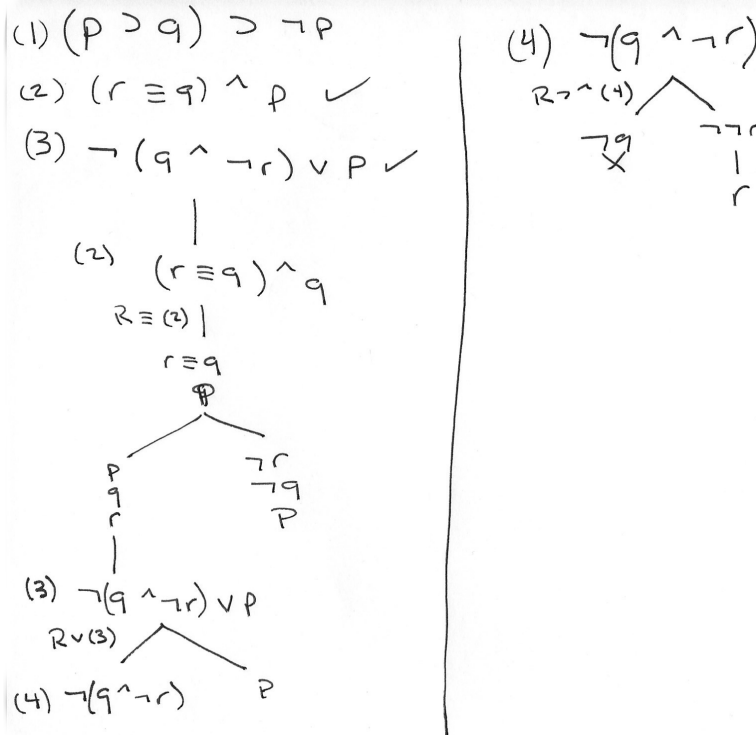
La formule $(p \wedge (p \vee q)) \supset p$ n'est pas une tautologie, puisqu'elle n'est pas toujours vraie pour toutes les combinaisons de valeurs de p et q possible.

Question 2.

Soit les trois formules suivantes :

$$(p \supset q) \supset \neg p; (r \equiv q) \wedge p; \neg(q \wedge \neg r) \vee p$$

a) En utilisant la méthode des arbres, montrez que cet ensemble de formules est satisfiable :



L'arbre est ouvert. L'ensemble est satisfiable par $p = \text{Vrai}$; $q = \text{Faux}$; $r = \text{Faux}$.

b) Donnez une interprétation qui satisfait toutes les formules de l'ensemble et montrez qu'elles sont satisfaites.

$$(p \supset q) \supset \neg p$$

p	q	$\neg q$	$p \supset q$	$(p \supset q) \supset \neg p$
V	F	V	F	V

$$(r \equiv q) \wedge p$$

p	q	r	$r \equiv q$	$(r \equiv q) \wedge p$
V	F	F	V	V

$$\neg(q \wedge \neg r) \vee p$$

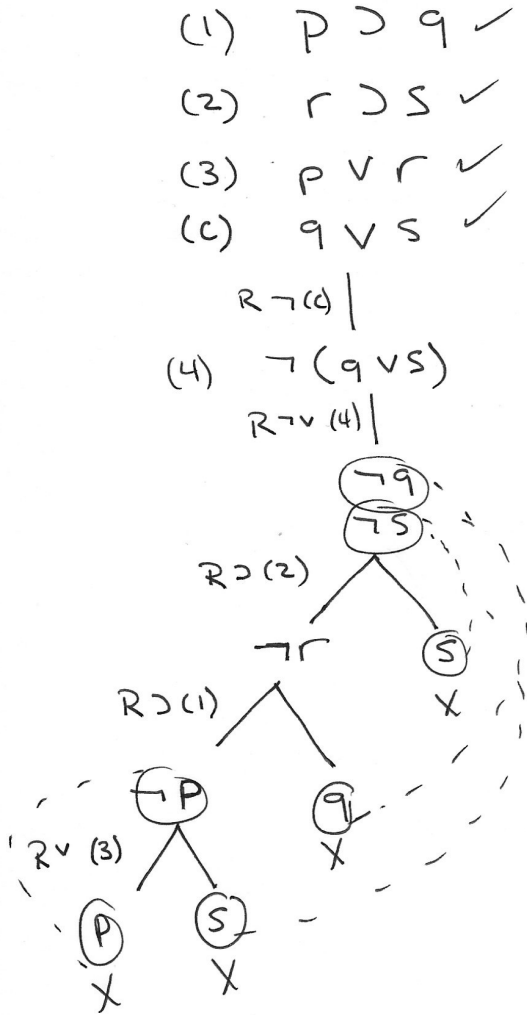
p	q	r	$\neg r$	$q \wedge \neg r$	$\neg(q \wedge \neg r)$	$\neg(q \wedge \neg r) \vee p$
V	F	F	V	F	V	V

Question 3.

Soit l'argument :

$$p \supset q; r \supset s; p \vee r \therefore q \vee s$$

Montrez au moyen de la méthode des arbres que cet argument est valide.



Toutes les branches sont fermées ; l'argument est valide.

Question 4.

Soit l'argument suivant :

L'univers est déterminé ou il ne l'est pas. Si l'univers est déterminé, je ne suis pas libre. Si je ne suis pas libre ou si je suis fou, alors je ne suis pas responsable de mes actions. je suis responsable de mes actions et je ne suis pas fou. Donc, l'univers n'est pas déterminé.

a) Traduisez cet argument en calcul propositionnel ;

Dictionnaire :

p : L'univers est déterminé.

q : Je suis libre.

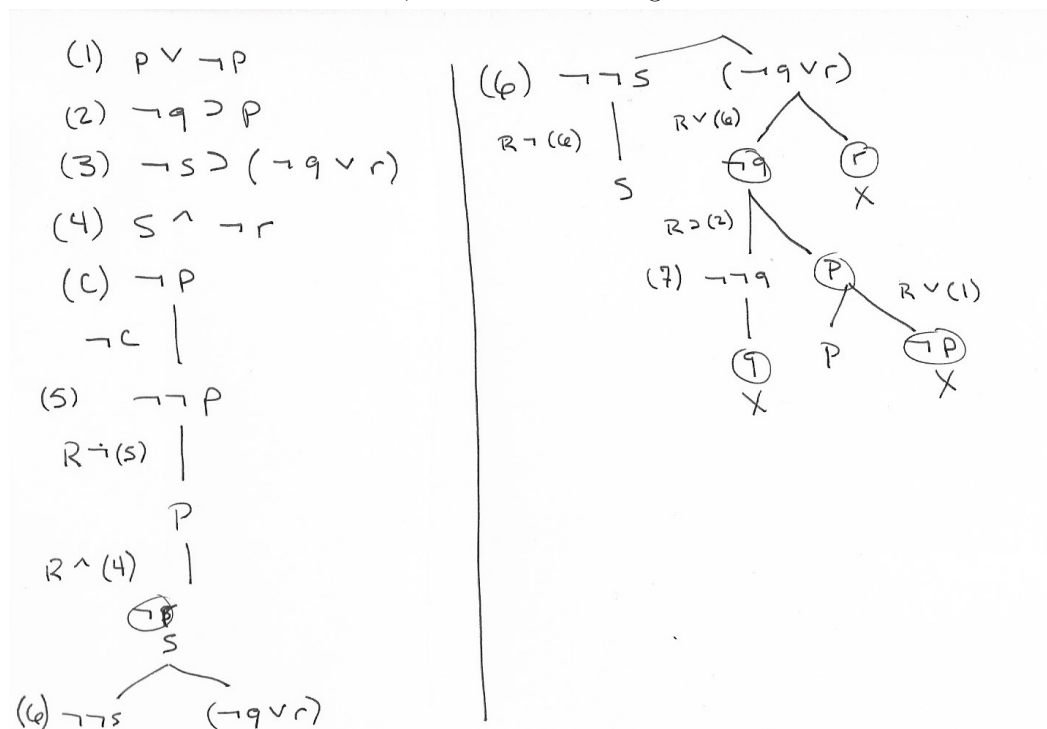
r : Je suis fou.

s : Je suis responsable de mes actions.

Traduction :

$$p \vee \neg p; \neg q \supset p; \neg s \supset (\neg q \vee r); s \wedge \neg r; \therefore \neg p$$

b) en utilisant la méthode des arbres, déterminez si cet argument est valide.



L'arbre n'est pas fermé ; l'argument n'est donc pas valide.