

## Devoir 5

Louis-Olivier Brassard  
PHI1005 – Logique 1

Automne 2019

### Question 1.

En utilisant la méthode de la déduction naturelle, démontrez les raisonnements suivants :

a.  $p \wedge q \vdash p \supset q$

1		$p \wedge q$	H
2		$p \wedge q$	R (1)
3		$p$	$\wedge E$ (2)
4		$q$	$\wedge E$ (2)
5		$p \supset q$	$\supset I$ (3, 4)

b.  $p \wedge q \vdash q \wedge p$

1		$p \wedge q$	H
2		$p \wedge q$	R (1)
3		$p$	$\wedge E$ (2)
4		$q$	$\wedge E$ (2)
5		$q \wedge p$	$\wedge I$ (3,4)

c.  $(p \supset q) \supset (p \supset r) \vdash (p \supset (q \supset r))$

1		$(p \supset q) \supset (p \supset r)$	H		
2			$p$	H	
3				$q$	H
4				$p \supset q$	$\supset I$ (2, 3)
5				$p \supset r$	$\supset I$ (1, 4)
6				$r$	$\supset E$ (2,5)
7				$q \supset r$	$\supset I$ (2, 6)
8				$(p \supset (q \supset r))$	$\supset I$ (2, 7)
9				$(p \supset (q \supset r))$	R (8)

d.  $\vdash (((p \wedge q) \supset (r \wedge s)) \wedge p) \supset (q \supset s)$

1	$((p \wedge q) \supset (r \wedge s)) \wedge p$	H
2	$q$	H
3	$(p \wedge q) \supset (r \wedge s)$	$\wedge E$ (1)
4	$p$	$\wedge E$ (1)
5	$p \wedge q$	$\wedge I$ (2, 4)
6	$rs$	$\supset E$ (3, 5)
7	$s$	$\wedge E$ (6)
8	$q \supset s$	$\supset I$ (2, 7)
9	$((p \wedge q) \supset (r \wedge s)) \wedge p) \supset (q \supset s)$	$\supset I$ (1, 8)

e.  $\vdash p \supset (p \supset (q \supset p))$

1	$p$	H
2	$p$	R (1)
3	$q$	H
4	$q \supset p$	$\supset I$ (2, 3)
5	$p \supset (q \supset p)$	$\supset I$ (2, 4)
6	$p \supset (p \supset (q \supset p))$	$\supset I$ (2, 5)