Devoir 9

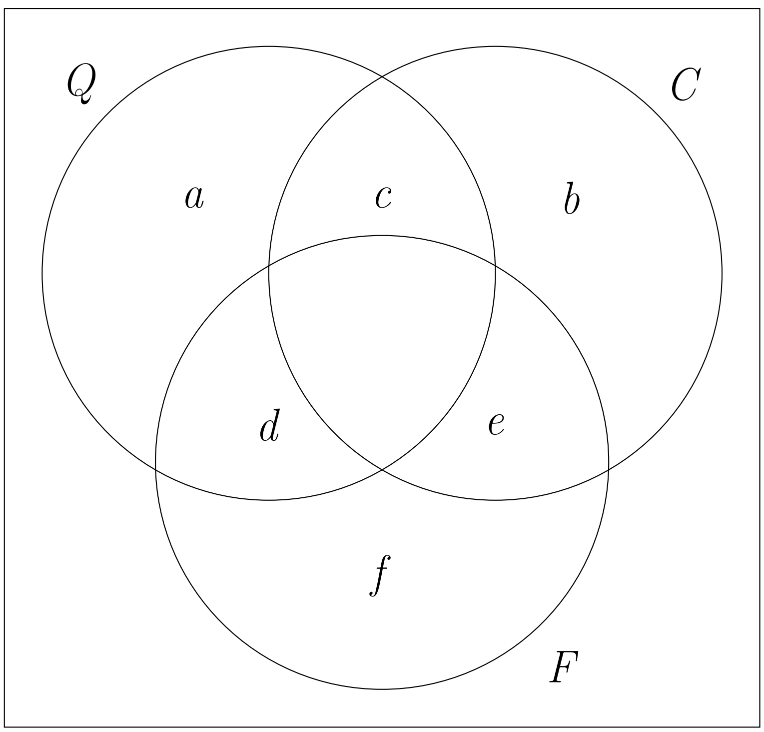
Louis-Olivier Brassard
PHI1005 – Logique 1

Automne 2019

Soit le dictionnaire suivant :

— Qx : x est un Québécois
— Cx : x est un Canadien
— Fx : x est francophone

Diagramme 1



Question 1.

Traduisez les énoncés suivants en calcul des prédicats et dites s'ils sont vrais ou faux selon l'interprétation donnée par le diagramme 1.

a) Ce n'est pas le cas qu'il y a un Canadien francophone qui est un Québécois.

$$\neg(\exists x)(Cx \wedge Qx)$$

b) Quelques francophones ne sont ni des Québécois, ni des Canadiens.

$$(\exists x)(\neg Cx \wedge \neg Qx)$$

c) Tout le monde est un Canadien, un francophone ou un Québécois.

$$(\forall x)(Cx \vee (Fx \vee Qx))$$

d) S'il y a un Québécois, alors il y a un Canadien.

$$(\exists x)Qx \supset (\exists x)Cx$$

e) Il y a des francophones si et seulement s'il y a des Québécois.

$$(\exists x)Fx \equiv (\exists x)Qx$$

f) Tous les Canadiens francophones sont des Québécois.

$$(\forall x)(CxFx \supset Qx)$$

Question 2.

Traduisez les énoncés suivants en langue naturelle et dites s'ils sont vrais ou faux selon l'interprétation donnée par le diagramme 1.

a)

$$(\forall)((Cx \wedge \neg Qx) \supset \neg Fx)$$

Tous les Canadiens qui ne sont pas des Québécois ne sont pas des francophones. **FAUX** (Contre-exemple : e)

b)

$$(\forall x)((Fx \wedge Qx) \supset Cx)$$

Tous les francophones qui sont des Québécois sont des Canadiens. **FAUX** (Contre-exemple : c)

c)

$$(\exists x)(Cx \wedge \neg(Qx \wedge Fx))$$

Il existe des Canadiens qui ne sont pas Québécois et francophones. **VRAI**

d)

$$(\forall x)(Fx \supset (Qx \vee Cx)))$$

Tous les francophones sont soit des Québécois ou des Canadiens. **FAUX** (Contre-exemple : f)

Question 3.

À l'aide de la méthode des arbres, déterminez si les propositions suivantes sont logiquement valides.

a)

$$\vdash (\forall)Ax \supset \neg(\exists x)\neg Ax$$

a) $\models (\forall x)Ax \supset \neg(\exists x)\neg Ax$

1.	$\neg((\forall x)Ax \supset \neg(\exists x)\neg Ax)$	
		$R\neg\supset$ (1)
2.	$(\forall x)Ax$ *	
3.	$\neg\neg(\exists x)\neg Ax$	
		$R\neg$ (3)
4.	$(\exists x)\neg Ax$	
5.	$(\forall x)Ax$ *	
		$R\exists$ (4)
6.	$\neg Ab$	
		$R\forall$ (2, 6)
7.	Ab	
	$\times$	

b)

$$\vdash (\exists x)Ax \supset \neg(\forall x)\neg Ax$$

b) $\models (\exists x)Ax \supset \neg(\forall x)\neg Ax$

1.	$\neg((\exists x)Ax \supset \neg(\forall x)\neg Ax)$	
		$R\neg\supset$ (1)
2.	$(\exists x)Ax$	
3.	$\neg\neg(\forall x)\neg Ax$	
		$R\neg$ (3)
4.	$(\forall x)\neg Ax$ *	
		$R\exists$ (2)
5.	Ab	
		$R\forall$ (4)
6.	$\neg Ab$	
	$\times$	